

# Parallélisme quantique pour le traitement d'images

Nicolas GILLARD, Étienne BELIN, François CHAPEAU-BLONDEAU



LARIS, Université d'Angers.



13èmes Journées Imagerie Optique Non Conventionnelle, Gdr ISIS, Paris, 26 et 27 mars 2018.

# Introduction

- Les technologies de l'information ont tendance à la **miniaturisation** menant à des problématiques quantiques du traitement d'images.
- De plus le quantique apporte des **ressources spécifiques** inaccessibles en classique pour le traitement de l'information.
- Nous allons présenter ici des notions d'information **quantique** appliquées au traitement d'images et montrer l'apport du traitement quantique d'images par rapport au traitement classique d'images.

# Introduction

- Dans le cadre des JIONC, précédemment [1, 2] nous nous sommes focalisés sur les apports d'une ressource quantique spécifique – **l'intrication**.
- Nous montrons ici l'apport pour le traitement d'images, d'une autre ressource quantique spécifique – **le parallélisme**.

[1] F. Chapeau-Blondeau, "Ressources quantiques et traitement numérique des images", *11èmes Journées Imagerie Optique Non Conventionnelle*, Paris, France, 16–17 mars 2016.

[2] N. Gillard, E. Belin, F. Chapeau-Blondeau, "L'intrication en imagerie quantique pour résister au bruit", *12èmes Journées Imagerie Optique Non Conventionnelle*, Paris, France, 15–16 mars 2017.

# Du bit au qubit

Un bit classique a un équivalent quantique : le qubit [3], avec ses 2 états  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  constituant une base orthonormée de l'espace de Hilbert  $\mathcal{H}_2$  de dimension 2 sur  $\mathbb{C}$ .

Un qubit peut être placé dans l'état **superposé** :  $\alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$ , en quelque sorte **simultanément** dans l'état  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$ .

Lors de la mesure le qubit est projeté dans une base orthonormée de référence (ici  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ ) et a une probabilité  $|\alpha_0|^2$  d'être observé dans l'état  $|0\rangle$  et une probabilité  $|\alpha_1|^2$  d'être observé dans l'état  $|1\rangle$ .

[3] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, "Quantum Computation and Quantum Information", *Cambridge University Press*, 2000.

## Représentation quantique d'une image

Considérons une image  $I(\vec{x}, \vec{y})$  à  $N$  pixels :

- Dans le domaine **classique** cette image est représentable par un registre d'intensité  $I(\vec{x}, \vec{y})$  pour chaque pixel.
- Grâce à la superposition **quantique**, cette image est représentable par un unique registre contenant dans un **état superposé** les intensités  $I(\vec{x}, \vec{y})$  associées aux  $N$  pixels repérés par leurs adresses  $(\vec{x}, \vec{y})$  :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{x}} \sum_{\vec{y}} I(\vec{x}, \vec{y}) |\vec{x}, \vec{y}\rangle.$$

## Représentation compacte grâce à la superposition

Pour un nombre de pixels  $N = 2^{10} \times 2^{10} = 2^{20}$ , l'intensité en chacun de ces  $N$  pixels est codée par un registre de  $L = 8$  bits :

- La **représentation classique** nécessite  $N \times L \approx 8 \times 10^6$  bits.
- La **représentation quantique** ne nécessite que  $\log_2(N) + L = 28$  qubits.

Double bénéfice :

⇒ Possibilité d'une représentation quantique plus **compacte** que les représentations classiques.

ET

⇒ Possibilité de traiter en **parallèle** les  $N$  pixels en superposition.

## Contraintes du traitement quantique

- Limitation des évolutions à des opérateurs **unitaires** sur les vecteurs d'états  $|\psi\rangle$ .
- Mesure sous forme de **projection** d'un vecteur d'état dans une base orthonormée.

Nous allons montrer ici un exemple de l'utilité de l'information quantique avec ces 2 ressources et 2 contraintes quantiques pour le traitement d'images.

## Description du problème d'appariement d'images

Considérons des images binaires de  $N$  pixels d'intensités  $I(\vec{x}, \vec{y})$  représentées par 1 ou -1.

Le produit scalaire euclidien entre 2 images  $I_1(\vec{x}, \vec{y})$  et  $I_2(\vec{x}, \vec{y})$  est défini comme :

$$I_1 \cdot I_2 = \frac{1}{N} \sum_{\vec{x}} \sum_{\vec{y}} I_1(\vec{x}, \vec{y}) \cdot I_2(\vec{x}, \vec{y}).$$

Deux images sont dites **similaires** quand  $I_1 \cdot I_2 = \pm 1$ , c'est-à-dire  $I_1(\vec{x}, \vec{y})$  est identique à  $I_2(\vec{x}, \vec{y})$  ou en est l'inversion binaire.

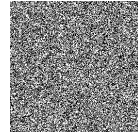
Deux images sont **maximalement dissimilaires** lorsqu'elles sont orthogonales, c'est-à-dire  $I_1 \cdot I_2 = 0$ .

## Description du problème d'appariement d'images

On considère une image binaire de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$



et une image binaire requête  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$ .



On doit décider entre les 2 hypothèses :

- $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  est similaire à l'image de référence ( $I_Q \cdot I_R = \pm 1$ ).
- $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  est orthogonale à l'image de référence ( $I_Q \cdot I_R = 0$ ).

## Description du problème d'appariement d'images

Exemple d'image de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$ .



Les 2 images requêtes  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  similaires à l'image de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$  ( $I_Q \cdot I_R = \pm 1$ ).

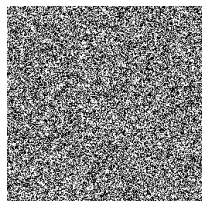


## Description du problème d'appariement d'images

Exemple d'image de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$ .



Exemples d'images requêtes  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  maximale dissimilaires à l'image de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$  ( $I_Q \cdot I_R = 0$ ).



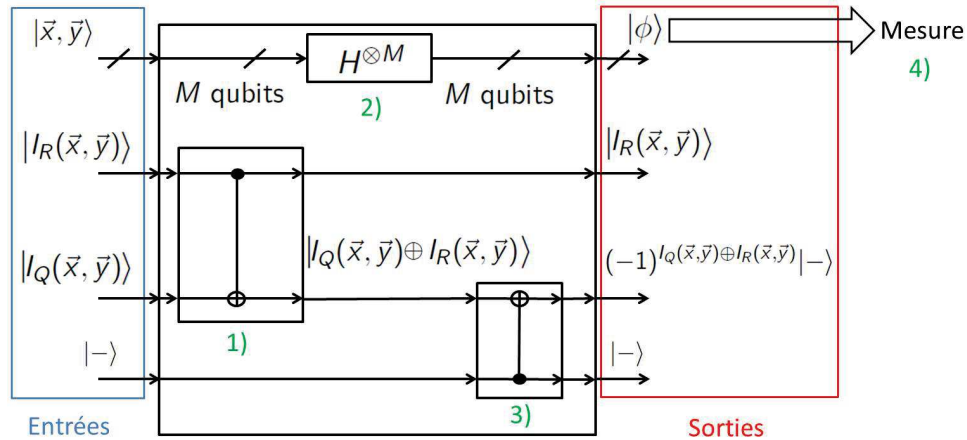
## Description du problème d'appariement d'images

Un algorithme **classique** pour cette tâche d'appariement nécessite de traiter l'ensemble des  $N$  pixels, en calculant les  $N$  produits qui constituent le produit scalaire  $I_Q \cdot I_R$ , la complexité algorithmique est alors de l'ordre de  $O(N)$ .

Nous allons montrer que la superposition **quantique** permet de réduire le nombre d'opérations nécessaires à une complexité  $O(1)$  constante quel que soit le nombre  $N$  de pixels des images à comparer.

## Appariement d'images par superposition quantique

Circuit d'appariement d'images aidé par la superposition quantique.

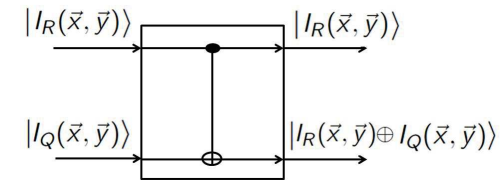


## Appariement d'images par superposition quantique

Soit la représentation superposée quantique d'une image binaire à  $N = 2^M$  pixels :

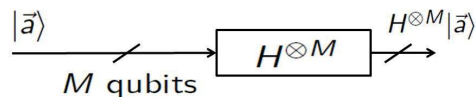
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{x}} \sum_{\vec{y}} |\vec{x}, \vec{y}\rangle |I(\vec{x}, \vec{y})\rangle.$$

1) On applique sur la représentation quantique du registre d'intensité à 1 qubit de l'image requête  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  un opérateur **unitaire** Controlled-NOT (C-NOT) produisant un OU Exclusif (XOR) avec l'intensité de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$ .



## Appariement d'images par superposition quantique

2) Puis on applique l'opérateur **unitaire** d'Hadamard  $H$  sur le registre d'adresse à  $M$  qubits repérant chacun des  $N = 2^M$  pixels de l'image requête  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$ . L'opérateur d'Hadamard agissant sur un vecteur d'état  $|\vec{a}\rangle = |\vec{x}, \vec{y}\rangle$  de  $M$  qubits comme suit :



$$H^{\otimes M}|\vec{a}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\vec{z} \in \{0,1\}^M} (-1)^{\vec{a} \cdot \vec{z}} |\vec{z}\rangle, \forall \vec{a} \in \{0,1\}^M.$$

## Appariement d'images par superposition quantique

3) Puis on applique sur le registre d'intensité transformé de l'image requête  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  un opérateur **unitaire** Controlled-NOT (C-NOT) avec une entrée  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = |- \rangle$  afin d'obtenir ce registre dans l'état :

$$(-1)^{I_Q(\vec{x}, \vec{y}) \oplus I_R(\vec{x}, \vec{y})} |- \rangle.$$

Le registre d'adresse transformé  $|\phi\rangle$  à  $M$  qubits en sortie de ce circuit est dans l'état :

$$|\phi\rangle = \frac{1}{N} \sum_{\vec{z} \in \{0,1\}^M} \sum_{\vec{a} \in \{0,1\}^M} I_Q(\vec{a}) \oplus I_R(\vec{a}) (-1)^{\vec{a} \cdot \vec{z}} |\vec{z}\rangle.$$

Le poids de l'état  $|\vec{z}\rangle = |0\rangle^{\otimes M}$  du registre d'adresse transformé  $|\phi\rangle$  est :

$$w(|\vec{z}\rangle = |0\rangle^{\otimes M}) = \sum_{\vec{a} \in \{0,1\}^M} I_Q(\vec{a}) \oplus I_R(\vec{a}) = N I_Q \cdot I_R,$$

avec  $\sum_{\vec{z} \in \{0,1\}^M} |w(|\vec{z}\rangle)|^2 = N^2.$

4) On mesure le résultat du calcul précédent en **projetant** le registre d'adresse transformé  $|\phi\rangle$  à  $M$  qubits dans la base orthonormée  $\{|0\rangle, |1\rangle\}^{\otimes M}$  donnant  $2^M$  résultats possibles.

La mesure donne accès à la réponse au problème d'appariement :

- L'image requête  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  est similaire à l'image de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$  ( $I_Q \cdot I_R = \pm 1$ ).  $\Rightarrow w(|\vec{z}\rangle = |0\rangle^{\otimes M}) = \pm N$ .  
 $\Rightarrow$  Le registre  $|\phi\rangle$  est observé dans l'état  $|0\rangle^{\otimes M}$ .
- L'image requête  $I_Q(\vec{x}, \vec{y})$  est maximale dissimilaire à l'image de référence  $I_R(\vec{x}, \vec{y})$  ( $I_Q \cdot I_R = 0$ ).  $\Rightarrow w(|\vec{z}\rangle = |0\rangle^{\otimes M}) = 0$ .  
 $\Rightarrow$  Au moins un qubit du registre  $|\phi\rangle$  est observé dans l'état  $|1\rangle$ .

- Nous avons présenté des notions essentielles permettant l'exploitation du parallélisme quantique pour le traitement d'images.
- Au moyen d'états superposés nous avons mis au point un protocole d'appariement d'images de complexité indépendante du nombre de pixels  $N$ .
- Nous avons montré des perspectives intéressantes de l'exploitation de phénomènes quantiques pour le traitement d'images.
- Des algorithmes adaptés aux différentes tâches de traitement d'images restent encore à être élaborés pour tirer parti des spécificités quantiques.

Merci pour votre attention